

JEOİD BELİRLEMEDE EN UYGUN POLİNOMUN BELİRLENMESİ: SAMSUN ÖRNEĞİ

U.KIRICI¹, Y. ŞİŞMAN¹

¹ Ondokuz Mayıs Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Harita Mühendisliği Bölümü,
Jeodezi Anabilim Dalı, Samsun, ulku.kirici@omu.edu.tr, ysisman@omu.edu.tr

Özet

Jeoid belirleme ile bir noktadaki jeoid yüksekliğinin belirlenmesini sağlayabilen modelleme anlaşılır. Gelişen uydu teknolojileri prezisyonlu jeoid belirlemeyi jeodezinin önemli problemlerinden birisi haline getirmiştir. Jeoid belirleme yöntemlerinden birisi olan polinomlarla Jeoid belirlemenin temel amacı çalışma alanının tek bir fonksiyonla ifade edilmesidir ve en yaygın kullanılan tekniklerden birisidir. İlk bakışta çalışma alanı için kaçınıcı dereceden bir yüzey polinomunun kullanılacağı ya da uygun nokta dağılımı bilinemez. Uygun polinom yüzeylerinin belirlenebilmesi için, polinomların katsayıları dengeleme hesabı yapılarak elde edilir ve dengeleme sonuçlarından uyumlu ölçü grubu belirlenebilir. En uygun polinomun belirlenmesi için soncul varyansın değişimine ya da parametrelerin anlamlılık testine bakılmalıdır. Bu çalışmada Samsun ili için uygun polinomsal jeoid belirlenmeye çalışılmıştır.

Anahtar kelimeler: Jeoid, Polinomlarla Jeoid belirleme, Uyuşumsuz ölçüler testi, Anlamlılık Testi

THE DETERMINATION OF BEST FITTING POLYNOMIAL: A CASE STUDY OF SAMSUN

Abstract

Geoid determination is the modelling that enables us to determine the height of a point whose position is known. Geoid determination has made important problem of Geodesy with GPS technologies. One of the geoid determination method is polynomial method which is the main purpose of expression of the work area with a single function that has become one of the most widely used techniques. At first sight which degree polynomial surface will be used or appropriate point distribution is unknown for the work area. In order to determine the appropriate polynomial surface, coefficients of polygons are obtained by adjustment method and the fixed observation group can be set based on result of the adjustment method. For setting or calculations of the best fit polygons it is viewed the changing valuation of the posteriori variance or the significance test for the parameters. In this paper it is tried to determine/identify the best fit polynomial geoid for Samsun.

Keywords: Geoid, Polynomial Geoid Determination, Outlier detection, Significance Test

1. Giriş

Uydu teknolojilerinin gelişmesiyle birlikte önemi bir kat daha artan ve jeodezi, jeofizik gibi çalışma konusu yerküre olan disiplinlerde jeoid belirleme çalışmaları bilim adamlarının ilgi odağı haline gelmiştir. Jeoidin teorik önemi yanı sıra günlük yaşantımıza girmiş çok sayıda pratik önemi de mevcuttur ve ayrıca değişik bilim dalları içinde de kullanım alanları bulunmaktadır (Akçın, 2001). Jeoid potansiyel değerinin sabit olduğu noktaların oluşturduğu ortalama deniz yüzeyine yakın olan yüzeye denir. Jeoid karmaşık bir yüzeydir ve matematiksel olarak kolayca tanımlanamaz. Jeodezide ölçmeler fiziksel yeryüzü üzerinde yapılırken, hesaplar ise boyutları belirlenmiş bir referans elipsoidinde yapılmaktadır. Jeoid ile referans

elipsoidinin merkezleri yerin ağırlık merkezi ile çakıştırıldığında iki yüzey arasında fark oluşur ve bu farka jeoid yüksekliği ya da jeoid ondülasyonu (N) adı verilir, (Bolat , 2011).

Jeoid belirleme yöntemleri:

1. Astro-jeodezik yöntemle jeoid belirleme
2. Gravite değerlerine göre jeoid belirleme
 - a. Stokes fonksiyonu ile
 - b. Hızlı fourier transformasyonu ile
3. Sayısal yoğunluk yöntemine göre jeoid belirleme
4. Jeopotansiyel yaklaşımı ile jeoid belirleme
5. Kombine yöntemle jeoid belirleme (remove – restore)
6. 6-GPS/nivelman Yöntemine göre jeoid belirleme
 - a. Polinomlarla jeoid belirleme
 - b. Bulanık mantık yöntemi ile jeoid belirleme

şeklinde sıralanabilir. Jeoid belirlemede tarihsel gelişime bakılırsa; ilk jeoid belirleme çalışmaları astrojeodezik yöntemlerle bir noktadaki astronomik enlem ve boylam ile aynı noktadaki jeodezik enlem ve boylam arasındaki farkı kullanarak yapılmıştır. 1970’li yılların başlarında bilgisayarın hesaplarda kullanılmaya başlamasıyla birlikte düşük dereceli jeopotansiyel modeller geliştirilmiş ve jeoid belirlenirken, 1980’li yıllarda gravite verilerinin elde edilmesi ve bilgisayarlar sayesinde hızlı fourier transformasyonu kullanılmaya başlanmıştır. 1990’lı yıllara geldiğimizde artık uydulardan konum belirleme yöntemleri sivil kullanımda da yaygınlaşmış ve GPS/nivelman yöntemi ile jeoid belirleme yöntemi ortaya çıkmıştır. Ayrıca gravite verileri de uydular yardımı ile hem karada hem de denizde ve kutup bölgelerinde oldukça fazla miktarda elde edilmeye başlanmıştır. Bu da gravimetrik jeoid belirleme yöntemlerinin doğruluğunu artırmıştır. Bunlara ek olarak yüksek dereceli jeopotansiyel modeller bütün dünyayı kapsayacak şekilde geliştirilmiştir,(Arslan ve Yılmaz, 2005).

Jeoid belirlemede kullanılan yöntemlerinden biri polinomlarla jeoid belirlemedir. Bu yöntemde ana amaç verileri ve çalışma alanının tek bir fonksiyonla ifade edilen en uygun polinomun katsayılarının belirlenmesidir. Bu yöntemle yapılan çözümde, jeoid yüzeyini modellemede kullanılacak verileri bilinen dayanak noktası olarak alıp, sabit katsayılar üretmek ve bu katsayılar yardımıyla yeni noktaların yüksekliklerini hesaplamaktır, (Bolat, 2011).

Bu çalışmada, Samsun ili Kent Bilgi Sistemi çalışmalarında oluşturulan Samsun Nivelman Ağı verileri kullanılarak polinomsal jeoid belirlemeye çalışılmıştır. Bu işlem için 478 noktanın tümü kullanılmıştır. En uygun polinomun derecesinin belirlenmesi için 1- 6. derece polinomların katsayıları hesaplanmıştır.

2. Polinomlarla Jeoid Belirleme

Yapılan literatür çalışması neticesinde, ülkemizde Polinomlarla jeoid belirleme tekniğinin kullanıldığı pek çok çalışmanın gerçekleştirildiği tespit edilmiştir. Bu çalışmaların bazılarında polinomlarla enterpolasyon tekniği kullanılarak sayısal yükseklik modelleri oluşturulmuş ve başkaca enterpolasyon teknikleri kullanılarak oluşturulan sayısal yükseklik modelleri ile yöntem hassasiyetleri yönünden kıyaslamalar yapılmıştır. Jeoid belirlemede kullanılan yüzey genellikle iki değişkenli yüksek dereceden polinomlarla ifade edilir. Ortogonal polinomun temel tanımı;

$$N_{(x,y)} = \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^k a_{ij} x^i y^j \quad (1)$$

şeklinindedir. Burada; a_{ij} polinomun katsayıları, m polinomun derecesi, (x, y) ise noktaların düzlem koordinatlarını göstermektedir. (1) eşitliğinde genel denklemi verilen ortogonal polinom çözümü için öncelikle polinomun derecesi seçilir ve seçilen polinomun derecesine göre uygun denklem oluşturulur. Daha sonra dayanak noktalarının her biri için bilinen değerler yerine konur. 2. Derece polinom için yazılabilecek polinom eşitliği;

$$N_{(x,y)} = a_{00} + a_{01}y + a_{10}x + a_{02}y^2 + a_{11}xy + a_{20}x^2 \quad (2)$$

Şeklinde yazılabilir. Buradan n adet ölçü (dayanak noktası) ve u adet bilinmeyen için $n > u$ olması durumunda yazılabilecek dolaylı ölçüler dengelemesi matematik modeli aşağıdaki gibidir.

$$V = AX - \ell \quad P_{\ell\ell} = Q_{\ell\ell}^{-1} \quad X = \begin{bmatrix} a_{00} \\ a_{01} \\ a_{10} \\ a_{02} \\ a_{11} \\ a_{20} \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} 1 & y_1 & x_1 & y_1^2 & x_1 y_1 & x_1^2 \\ 1 & y_2 & x_2 & y_2^2 & x_2 y_2 & x_2^2 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & y_n & x_n & y_n^2 & x_n y_n & x_n^2 \end{bmatrix}, \quad \ell = \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ \cdot \\ N_n \end{bmatrix} \quad (3)$$

Bu modelin amaç fonksiyonuna göre çözümünden;

$$X = (A^T P A)^{-1} A^T P \ell \quad (4)$$

eşitliği elde edilir. X bilinmeyeninden elde edilen katsayılar kullanılarak yazılan polinomda yeni noktaların jeoid undulasyonları değerleri kolaylıkla hesaplanabilir (Bolat , 2011).

2.1. Uyuşumsuz Ölçüler Testi

Ölçülerin birinde ya da birkaçında bulunan ve rasgele ölçü hatalarına çok yakın büyüklükte olan kaba hatalar kolaylıkla fark edilemezler ve dengeleme hesabı sonucunda bulunan büyüklükleri olumsuz yönde etkilerler. Bu nedenle dengelemeye konu olan ölçülerin mutlaka uyuşumsuz ölçüler testine tabi tutulmaları gerekir, (Aksoy, 1984, Ayan, 1992, Uzun 2003, Bayrak, 2003, Teke ve Yalçınkaya, 2005, Bektaş, 2005). Uyuşumsuz ölçüler testi için dengeleme hesabı sonrasında bulunan ve hesaplanmasında uyuşumsuz ölçülerinde kullanıldığı m_0^2 sonucul varyans kullanılır. Test büyüklüğü;

$$T_i = \frac{|V_i|}{m_0 \sqrt{Q_{vivi}}} \quad (5)$$

eşitliği ile hesaplanan değerler Tau test büyüklüklerinin tablo değerleri ile karşılaştırılır. f serbestlik derecesi olmak üzere q tablo değeri;

$$q = T_{f, 1-\alpha/2} = \frac{\sqrt{f t 2f - 1, 1 - \frac{\alpha}{2}}}{f - 1 + t 2f - 1, 1 - \frac{\alpha}{2}}$$

elde edilir. Burada $T_i > T_{f, 1-\alpha/2}$ ifadesinin sağladığı ölçü uyuşumsuz kabul edilir ve ölçü kümesinden çıkarılır. Ölçülerde uyuşumsuz ölçü kalmayınca kadar işleme devam edilir (Bolat , 2011).

2.2. En Uygun Polinom Derecesinin Belirlenmesi

İlk bakışta çalışma alanı için kaçınıcı dereceden bir yüzey polinomunun kullanılacağı bilinemez. En uygun polinomun belirlenmesinde kullanılacak yöntem parametrelerin anlamlılık testidir. Normal dağılımda olduğu varsayılan bir ölçü kümesinde, kestirilen bir parametre x_j ve standart sapması m_{xj} olsun.

Jeoid Belirlemede En Uygun Polinomun Belirlenmesi: Samsun Örneği

Parametrelerin beklenen değerinin sıfır kabul edilip edilemeyeceğine karar vermek için Sıfır ve seçenek hipotezi oluşturulur ve test edilir.

$$H_0 : E(x_i) = 0 \text{ sıfır hipotezi}$$

$$H_s : E(x_i) \neq 0 \text{ seçenek hipotezi}$$

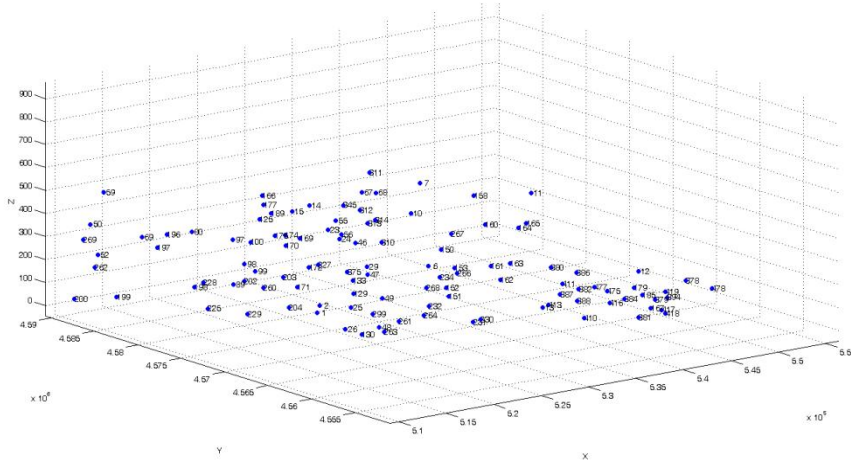
Test büyüklüğü $T_i = \frac{|x_i|}{m_{x_i}}$ test büyüklüğü t (*student*) dağılımındadır. Bu değer $q = t_{f,1-\alpha/2}$ değerinden küçük

çıkarsa sıfır hipotezi kabul edilir ve ilgili terim polinomdan silinir. Seçenek hipotezin geçerli olması durumunda değer anlamlı olduğu kararına varılır, ((Wolf ve Ghilani, 1997, Teke, Yalçınkaya, 2005).

Uygun polinom yüzeylerinin belirlenebilmesi için, ayrıca, polinomlar birinci dereceden başlatılmak üzere dengeleme sonuçları analiz edilir. Polinomun derecesi arttıkça soncul varyans değeri küçülür. Polinom için belirlenecek en uygun derece, soncul varyansın büyümeye başladığı polinom derecesinin bir eksiğidir. Polinom derecesinin çok büyük olması, bilinmeyen sayısının artması yanında yüzeyde gereksiz salınımlara neden olur. Bu da yüzeyin duyarsızlaşması demektir ki, yüzey üzerinde gerçeği yansıtmayan yükseklik değişimlerine neden olabilir, (Bolat , 2011).

3. Sayısal Uygulama

Uygulamada Samsun ili Kent Bilgi Sistemi için oluşturulmuş Samsun Nivelman Ağına ait toplam 478 nokta kullanılmıştır (Şekil 1).



Şekil 1. Samsun İli Nivelman Ağı Nokta dağılımı

Noktaların tümü kullanılarak 1-6. Derece polinom çözümleri dengeleme hesabı ile yapılmıştır. Bu çözüm sonuçlarından uyuşumsuz ölçüler testi yapılmıştır. Her uyuşumsuz ölçü testinden sonra uyuşumsuz

bulunan nokta seçilen noktaların arasından çıkartılarak işlem tekrarlanmıştır. Uyuşumsuz nokta kalmayana kadar bu işleme devam edilmiştir (Tablo1).

Tablo1. Uyuşumsuz Ölçüler testi Sonuçları

1.derece		2.derece		3.derece		4.derece		5.derece		6.derece	
Uyuşumsuz Nokta		Uyuşumsuz Nokta		Uyuşumsuz Nokta		Uyuşumsuz Nokta		Uyuşumsuz Nokta		Uyuşumsuz Nokta	
Sayısı	NN	Sayısı	NN	Sayısı	NN	Sayısı	NN	Sayısı	NN	Sayısı	NN
19	418, 417, 427, 428, 426, 187, 167, 429, 419, 178, 12, 186, 449, 430, 185, 450, 431, 179, 448	7	188, 418, 427, 417, 428, 426, 7	4	188, 378,, 7, 25	9	188, 378, 25, 7, 10, 100, 274, 261, 275	19	188, 378, 25, 7, 10, 478, 100, 274, 261, 68, 275, 11, 49, 51, 412, 386, 380, 13, 6	16	188, 378, 25, 10, 7, 100, 274, 261, 68, 11, 275, 6, 49, 51, 13, 300

Uyuşumsuz nokta kalmadığında parametrelerin anlamlılık testi yapılmıştır. Yapılan bu testten her bir polinom için sadece ilk terim (a_{00}) anlamlı bulunmuştur. Ayrıca her bir polinom için uyumlu ölçü grubu kullanılarak soncul standart sapma (birim ölçünün karesel ortalama hatası) elde edilmiştir(Tablo 2).

Tablo2. Soncul Standart Sapma Değerleri

Polinomun Derecesi	Soncul Standart Sapma Değerleri (cm.)
1.derece	22,428
2.derece	19,687
3.derece	9,643
4.derece	4,020
5.derece	2,996
6.derece	2,789

4. Sonuç

Polinomsal jeoid belirleme bölgesel jeoid belirleme çalışmaları içerisinde en çok kullanılan yöntemdir. Bu yöntemin GPS teknolojisi ile verilerini elde etmek kolaylaşmıştır ve çözümü kolaydır. Bu çalışmada Samsun ili Kent Nivelman Ağı ölçüleri kullanılarak Samsun ili için polinomsal jeoid belirlenmeye çalışılmıştır. 478 nokta kullanılarak yapılan çözümde ilk aşama uygun ölçü grubunun belirlenmesi olmuştur. Bu amaçla uyuşumsuz ölçüler testi yapılmıştır. En çok uyuşumsuz nokta 1 ve 5. Derece polinomlarda bulunurken en az uyuşumsuz nokta 3. Derece polinomda bulunmuştur. Uygun polinom derecesi için bilinmeyenlerin anlamlılık testi ve soncul standart sapmaya göre analiz yapılmıştır. Anlamlılık testi tüm polinomlarda 1. katsayısı anlamlı bulmuştur. Bu işlemin sonucunda en uygun

Jeoid Belirlemede En Uygun Polinomun Belirlenmesi: Samsun Örneği

polinomun sıfıncı derece polinom olduğı söylenebilir. Soncul standart sapmaya göre yapılan analizde ise 5. ve 6. derece polinomların soncul değerin çok fazla değişmediği bu nedenle uygun polinom derecesinin 6 olduğu sonucuna varılmıştır.

Kaynaklar

- Akçin, H., (2001) , Jeoit Kavramı ve Belirleme Teknikleri Üzerine Bir İnceleme , *Niğde Üniversitesi Mühendislik Bilimleri Dergisi*, Cilt 4 Sayı 1, 37-50.
- Aksoy, A., (1984), Uyuşumsuz Ölçüler Testi, *Harita Dergisi*, 93, 15-24.
- Arslan E., Yılmaz M., (2005) , Geoit Belirleme Yöntemleri , *TMMOB Harita ve Kadastro Mühendisleri Odası 10. Türkiye Harita Bilimsel ve Teknik Kurultayı*, Ankara.
- Ayan, T., (1992), Uyuşumsuz Ölçüler Testi, *Harita ve Kadastro Mühendisliği Dergisi*, 72, 38-46.
- Bayrak, T., (2003), *Heyelanlar için bir Dinamik Deformasyon ve Bir Dinamik Hareket Yüzeyi Modellerinin Oluřturulması*, Doktora Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Bektaş S., (2005) , *Dengeleme Hesabı* , Samsun:Ondokuz Mayıs Üniversitesi Yayınları, Samsun
- Bolat S. (2011), *Lokal Jeoid Belirlemede Kullanılan Enterpolasyon Yöntemleri Samsun İli Örneği* , Yüksek Lisans Tezi , Ondokuzmayıs Üniversitesi, Samsun.
- Teke, K., Yalçinkaya M.(2005), Yerel Jeoid Yüzeyinin Belirlenmesinde Kullanılan Enterpolasyon Yöntemleri , *TUJK Düşey Datum Çalıştayı*, Karadeniz Teknik Üniveristesi, Trabzon.
- Uzun, Y. (2003), *Üç Boyutlu Astrojeodezik Dik Koordinat Sistemlerinde Dönüřüm Modelleri ve Uyuşumsuz Ölçülerin Belirlenmesi Yöntemlerinin Karşılaştırılması*, Doktora Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Wolf, H. ve Ghilani, C. D. (1997) , *Adjustment Computation: Statistics and Least Squares in Surveying and GIS*, John Wiley and Sons Inc., New York, 1997.